

超声疲劳裂纹扩展性能的计算与分析

北京航空航天大学 倪金刚** 张学仁

【摘要】 简述了超声疲劳试验机的工作原理以及应用超声疲劳试验技术研究工程结构材料疲劳裂纹扩展性能的实验方法。通过三维有限元计算及动态模态分析,研究了包括整体裂纹扩展试件及聚能器在内的振动体的应力、应变场和位移场,导出了确定裂纹尖端应力强度因子的位移法和能量法,并对这两种计算分析方法的特点以及所得到的结果进行了分析对比。计算与分析结果表明,应用能量法研究超声疲劳载荷下的裂纹尖端应力强度因子及疲劳裂纹扩展性能,具有简明和计算精度高等突出优点。

关键词: 疲劳裂纹 有限元法 能量法

分类号: O 346. 2

1 引言

超声疲劳载荷下试件的应力、应变场和位移场分析,以及裂纹尖端应力强度因子的确定,是超声疲劳载荷下裂纹扩展性能研究的关键,也是人们十分关注的问题。国际学术刊物及学术会议上发表的有关学术论文有数十篇^[1,2],可是遗憾的是大多数的计算方法都存在问题,Wu and Bathias^[3]通过对超声振动体进行有限元计算,和动态模态分析,得出裂纹尖端附近的位移场,然后用位移法求出相应的应力强度因子。我们认为这种研究分析与计算方法的思路是相对比较合理的,但是需要指出其中存在的几处不足。(1)该计算模型中只取了试件的一半,认为试件关于裂纹扩展截面对称。可是事实上,尽管试件的几何形状关于该截面对称,但其上、下两端的约束条件却不同。试件的上端完全自由,而其下端则与聚能器弹性联接,所以试件上的应力应变及位移场分布关于上、下两部分是不同的,从而裂纹的上、下表面位移场显然也是不同的。(2)该计算分析中用到的是自编的二维有限元程序,其中忽略了试件厚度方向上的变形对裂纹尖端附近的位移场的影响。(3)该计算模型中裂纹尖端附近的有限元网格不够细密,只达到试件宽度的1/32,不能满足所需要的计算精度。

针对文献[3]中所暴露的缺陷与不足,本文给出的计算分析模型和方法具有以下特点:(1)选用近几年来得到不断发展与完善,适合于大型三维有限元计算和动态模态分析的“ALGOR”程序。(2)计算分析模型中取整体试件与1/4波长聚能器弹性联接,使试件两端的约束条件与实际情况相符。(3)对裂纹尖端附近的有限元网格多层加密,最小尺寸为试件宽度的1/224,从而达到了所需的计算分析精度。(4)除了应用位移法进行计算分析之外,还成功地将能量法应用于计算超声疲劳载荷下应力强度因子随裂纹长度变化的关系。为此我们编制了与“ALGOR”相匹配的接口程序。(5)分别讨论了应用位移法和能量法确定超声疲劳载荷下应

力强度因子的步骤,并对于这两种方法所得到的计算结果进行了分析对比。(6)全面分析讨论了超声疲劳载荷($A:R=1$)和超声疲劳载荷叠加平均应力($B:R>-1$)两种情况下振动体固有振动模式的变化规律。

2 三维有限元计算及动态模态分析

用于研究材料超声疲劳裂纹扩展性能的试件设计成两端为方板,中间为指数剖面,单侧边开有缺口,以便于疲劳裂纹起裂及扩展时的定位跟踪^[4-6],如图 1(a)所示。尺寸 R_0 、 B_1 、 B_2 、 L_1 及 w 对所有材料都设计为定值以便于加工,本文取 $R_0=31\text{ mm}$ 、 $B_1=3\text{ mm}$ 、 $B_2=8\text{ mm}$ 、 $L_1=12.20\text{ mm}$ 及 $w=14\text{ mm}$ 。试件的特征长度 L_2 可根据其第一阶纵向固有振动模式的解析解或有限元计算结果得到^[7-10]。

为了得到比较合理的关于试件上应力、应变场及位移场分布的分析结果和满意的计算精度,同时又不使计算时间太长,对于 A 类试验,我们选择了如图 1(a)所示的计算分析模型,即整个试件与 $1/4$ 波长聚能器弹性联接。另外,聚能器的下端面 D_2 位于振动体纵向位移振幅剖面的节面上,在计算分析中近似认为该截面沿 X 、 Y 和 Z 三个方向固定;对于 B 类试验,我们取整个试件与上、下两个 $1/4$ 波长聚能器弹性联接,计算分析模型如图 1(b)所示。试验与分析中在上聚能器顶部施加一等值位移,以实现模拟在低周载荷上叠加超声疲劳载荷,得到应力比 $R>-1$ 的载荷谱。在计算分析中同样近似认为下聚能器的下端面沿 X 、 Y 和 Z 三个方向固定。

对于 A、B 两类试验,试件与聚能器弹性联接三维有限元网格如图 2 所示;试件上的网格沿纵向关于中间截面对称。越靠近试件中间截面网格越密,在裂纹尖端附近设置一组随动密集单元,该组密集单元随着裂纹尖端的移动而移动,如图 3 所示。

计算结果表明,试件第 1 阶纵向固有振动模式,无裂纹时的固有振动频率为 20 kHz ,A 类试验计算模型对应第 16 阶,而 B 类对应第 19 阶固有振动模式。

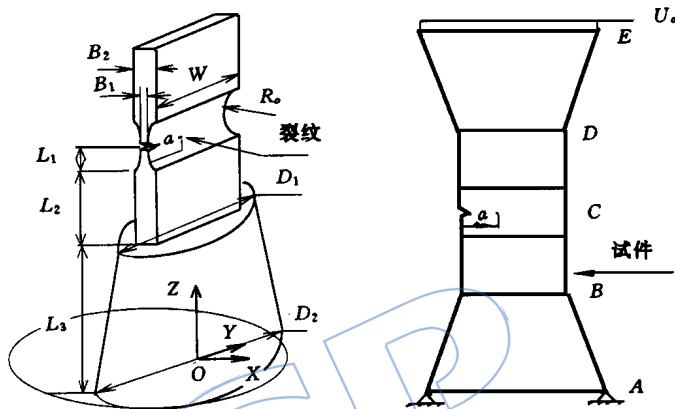


图 1 A、B 两类试验计算分析模型

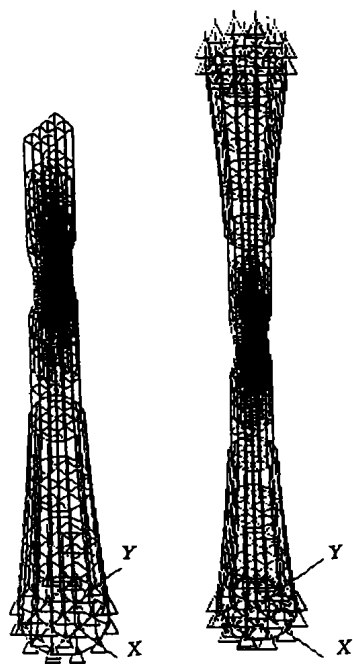


图 2 A、B 两类试验件三维有限元网格

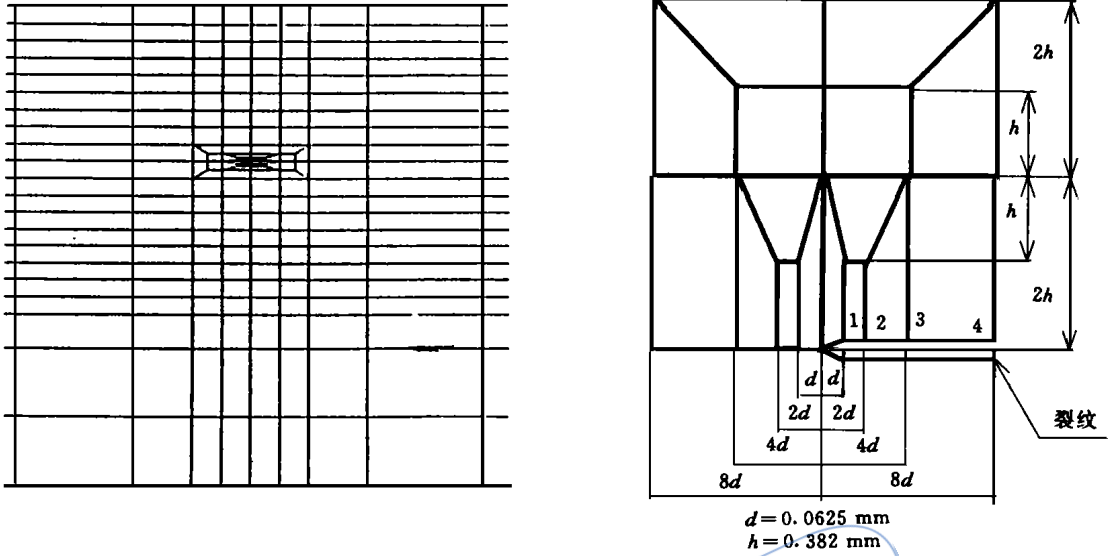


图 3 随动密集单元示意图

3 位移法

在线弹性断裂力学平面应力状态下, 已知裂纹面上靠近裂纹尖端的法向位移为 $u_z(r)$, 裂纹尖端附近 r 处的应力强度因子通常由下式计算:

$$K = \lim_{r \rightarrow 0} E_d \sqrt{\pi/8r} u_z(r)$$

式中, E_d 为材料的动态弹性模量。

根据三维有限元计算和动态模态分析结果, 从应力强度因子的定义出发, 确定了由裂纹表面上不同点 (见图 3 中的 1~4 号点) 的应力强度因子值计算裂纹尖端处 ($r=0$) 的应力强度因子值。

$$K_{r=0} = 2K_{r=4d} - K_{r=8d}$$

需要指出的是, 不能由最靠近裂纹尖端的 1 号点

($r=d$) 和 2 号点 ($r=2d$) 的位移场确定裂纹尖端处 ($r=0$) 的应力强度因子值, 因为在裂纹尖端附近存在奇异场, 此处的法向位移与 $\sqrt{r}$ 成正比, 而有限元计算中所假设的位移场为多项式, 不满足此规律。为了避免这一误差, 我们采用了外推法, 即将由 $r=4d$ 和 $r=8d$ 处所确定的应力强度因子值

$K_{r=4d} \sim K_{r=8d}$ 直线延长, 使其与纵坐标 ($r=0$) 相交, 交点的纵坐标就是所要求的 $K_{r=0}$ (如图 4)。

图 5 给出了由位移法计算得到的对于 A、B 两类试验计算模型, 裂纹尖端处的应力强度因

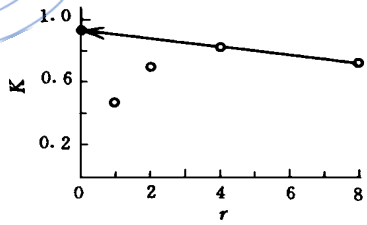


图 4 裂纹尖端 ($r=0$) 处应力强度因子的确定
(A 类试验, $a=4.5 \text{ mm}$, $V_0=0.001 \text{ mm}$)

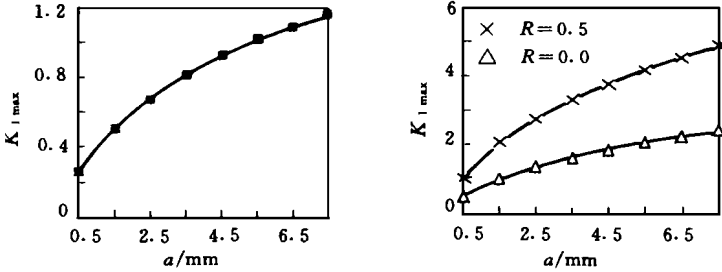


图 5 由位移法确定的应力强度因子与裂纹长度的关系

子与裂纹长度($a = 0.5 \text{ mm} \sim 0.75 \text{ mm}$)的分析结果。

应用位移法计算应力强度因子的优点是过程简单,概念清楚。但是由于 K 值的计算公式只在 r 趋近于零,且又不十分靠近裂纹尖端时才合适,所以一方面需要在裂纹尖端附近用极细密的有限元网格,否则计算精度会受到影响;另一方面则要避免裂纹尖端附近位移场的奇异性对计算结果带来较大的误差。

4 能量法

在一个弹性体中,如果 U 和 V 分别表示外力功和弹性能, G 为弹性体特征表面张力能,根据 Griffith 提出的能量平衡概念,疲劳裂纹扩展的必要条件可表达为: $(d/dA)(U - V) = G$ 。式中, A 为裂纹的表面积。上式表明,当裂纹扩展时,外力功 U 不仅用于增加弹性能,还用于促使裂纹扩展。在固定加载点的情况下,外力功 U 为零;使裂纹扩展的能量将由结构中释放出来的弹性应变能来提供: $G = -(\partial V / \partial A)_D$, 式中,下标 D 表示位移保持常数,负号表示结构中的弹性应变能随着裂纹表面面积的增加而减少,即结构释放应变能。

不同裂纹表面面积的应变能 V 可以由下式计算: $V = \sum_{e=1}^n V_e = \frac{1}{2} \{\delta\}^T [K] \{\delta\}$ 。式中, n 为单元总数, $\{\delta\}$ 为节点位移向量, $[K]$ 为总刚度矩阵。

由三维有限元,首先计算裂纹面积为 A 的应变能 V ,然后,在其它条件都相同的情况下,计算对应裂纹面积为 $A + \Delta A$ 的应变能 $V + \Delta V$,而应变能释放率 $G = -(\Delta V / \Delta A)$ 。在线弹性断裂力学中,平面应力状态下应变能释放率 G 与应力强度因子 K_I 之间的关系: $K_I =$

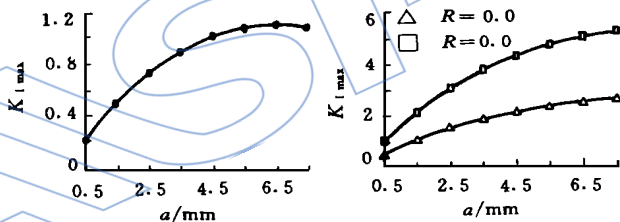


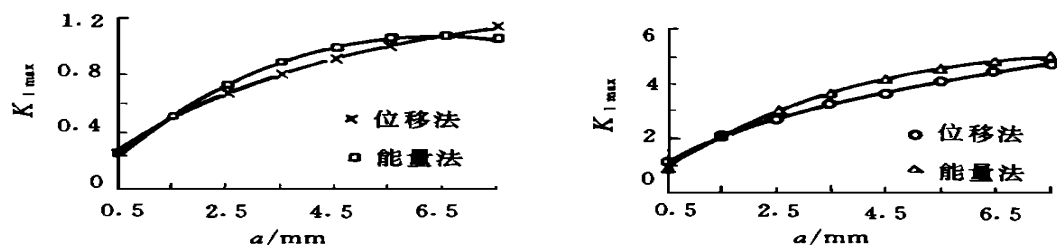
图 6 由能量法确定的应力强度因子与裂纹长度的关系

$\sqrt{EG}$ 。根据能量法,对于 A、B 两类试验模型分别进行计算,得出的结果如图 6 所示。

能量法能够达到比位移法更好的计算精度,即使裂纹尖端附近的单元网格较粗大。因为在计算振动系统中对于不同裂纹长度的应变能时,相邻两次计算的误差性质相同,方向一致;相减之后,计算误差将部分地抵消,所以得到的计算结果就比较精确。

5 讨 论

图 7 给出了由能量法和位移法计算分析得到的关于 A、B 两类试验,应力强度因子随裂纹长度关系的比较。可以看出,对于 A 类试验,能量所确定的应力强度因子随裂纹长度的增加而增大,而当裂纹长度大于 6.5 mm 时,应力强度因子出现一下降的趋势,这是位移法中所没有的结果。事实上,在超声固有振动系统中,当疲劳裂纹扩展时,振动能量通过试件材料的连接介质部分传播,而在裂纹表面上反射。随着疲劳裂纹的不断扩展,振动能量不断下降,且越来越偏离原来的固有振动模态,而当裂纹扩展达到一定长度时,超声振动能量将急剧下降,并导致共振系统完全破坏,这一点也为试验所证实。对于 B 类试验,应力强度因子随裂纹长度的增加而一直递增。实际上,当超声振动系统中作用一平均应力时,裂纹尖端处的张开位移比较大,即使通过裂纹试件有效截面面积的超声振动能量减少。

图 7 计算结果的比较(A: $R = -1$; B: $R = 0.5$)

6 结 论

本文对超声疲劳载荷下裂纹的扩展规律进行了较全面的计算、分析和研究。借助于三维有限元及动态模态分析计算机程序,应用位移法和能量法确定了超声疲劳载荷下应力强度因子随裂纹长度的变化关系,并对于由位移法和能量法所得到的计算结果进行了分析对比。分析讨论了超声疲劳载荷(A: $R = -1$)和超声疲劳载荷叠加平均应力(B: $R > -1$)两种情况下振动体固有振动模态的变化规律。计算、分析和研究结果表明: (1) 超声疲劳试验技术提供了快速获取材料疲劳裂纹扩展性能的手段,具有省时、省力和省钱等特点。(2) 应用能量法确定超声疲劳载荷下的应力强度因子具有简明和计算精度高等突出优点,并能正确地反映出超声疲劳载荷下裂纹扩展对固有振动模态影响的规律。

参 考 文 献

- 1 John K Tien. State of Ultrasonic Fatigue. Ultrasonic Fatigue, ed by J M Wells et al, 1982: 1- 14
- 2 Stickler R, Weiss B. Review of the Application of Ultrasonic Fatigue Test Methods for the Determination of Crack Growth and Threshold Metallic Materials. Ultrasonic Fatigue, ed by J M Wells et al, 1982: 135- 172
- 3 Wu T Y, Bathias C. Application of Fracture Mechanics Concepts in Ultrasonic Fatigue. Engg. Frac. Mech., 1994, 47(5): 683- 690
- 4 Ni J G, Bathias C. Development of an Ultrasonic Fatigue Device and its Application in Fatigue Behavior Studies. Recent Advances in Experimental Mechanics, ed by J F Silva Gomes et al, 1994: 1121- 1126
- 5 Ni J G, Zhang X R. On the Determination of Stress Intensity Factors in Ultrasonic Fatigue Loading. Int. J. Fatigue, 1996, 18(7): 457- 461
- 6 Ni J G, Zhang X R. Determination of Stress Intensity Factors in Ultrasonic Fatigue Loading by Means of Dynamic Analysis and Three-Dimensional Finite Element Calculation. Engg. Frac. Mech., 1995, 52(6): 1079- 1086
- 7 Ni J G. Study on the Mechanical Behaviors and Damage Mechanisms of Alloys under Ultrasonic Fatigue Loading. Ph D Thesis, CNAM de Paris: France, 1991
- 8 倪金剛, 张学仁, 聂景旭. 超声疲劳载荷下的有限元计算及动态模态分析. 中国科学(E 辑), 1996, 26(1): 97- 102
- 9 倪金剛, 张学仁, 聂景旭. 超声疲劳载荷下应力强度因子的确定. 中国科学(E 辑), 1996, 26(1): 1- 6
- 10 倪金剛. 超声振动载荷下合金的疲劳寿命性能研究. 航空学报, 1994, 15(11): 1386- 1389
- 11 倪金剛. 超声振动载荷下合金的疲劳裂纹性能研究. 航空动力学报, 1994, 9(3): 298- 300

(责任编辑 王震华)

FULL - LENGTH PAPERS

CALCULATION AND ANALYSIS OF FATIGUE CRACK GROWTH UNDER ULTRASONIC FATIGUE LOADING

Ni Jingang and Zhang Xueren

(4th Dept Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083)

ABSTRACT Stress and modal analyses of an ultrasonic vibration system, consisting of a notched specimen and one or two amplifying horns have been performed by using 3D finite element calculation. The stress intensity factors in ultrasonic fatigue crack propagation are evaluated by means of displacement and energy approaches. The particular advantages as well as limitations of the two approaches are briefly discussed. Two types of ultrasonic fatigue loading with different stress ratio are exerted on the specimen respectively. The comparison between these two approaches comes to the conclusion that the energy approach is more accurate. It has wide range of practicality in engineering.

Key Words Fatigue crack Finite element methods Energy method

FATIGUE RELIABILITY ANALYSIS UNDER VARIABLE AMPLITUDE

Ni Kan and Zhang Shengkun

(Dept of Naval Architecture and Ocean Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030)

Gao Zentong

(5th Dept Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083)

ABSTRACT First of all, randomness of fatigue loading, fatigue life and fatigue strength are classified into three types of random - constant amplitude, random - variable amplitude and random - stochastic time history, respectively. Then, according to Miner's two - dimensional Probabilistic Rule, a new reliability - based prediction procedure of fatigue life is established for the structural component subjected to one - dimensional and two - dimensional cyclic loadings of variable amplitude or stochastic time history. Meanwhile, the probability distribution of α in Statistical Miner Rule is derived. The verification of the obtained results by means of variable amplitude experiment at data of fatigue life shows that the new prediction procedure is very accurate. In the end, an example is presented in detail, which indicates that this new procedure is of simplicity and of feasibility in engineering application.

Key Words Random loads Stochastic process Fatigue